Ασκήσεις για ....προπόνηση . Χριστούγεννα 2018

1) Εφαρμόζοντας ιδιότητες δυνάμεων να γράψετε σε απλούστερη μορφή τις παραστάσεις και στη συνέχεια να τις υπολογίσετε

$A = \dfrac{x^{-13}\cdot y^{2}\cdot (x^{-2}\cdot y^{-3})^{3}\cdot (x^{-3}\cdot y^{2})^{-2}}{(x^{4}\cdot y^{3})^{-4}}$ για $x = (-10)^2$ και $y = -10^6$.

$B = \dfrac{(x^{3}\cdot y)^{-3}\cdot (x^{2}\cdot y^{-3})^{-1}}{(x^{-3}\cdot y^{-2})^{3}\cdot (x\cdot y^{-3})^{-2}}$ για $x = (-2)^{-3}$ και $y = -2^3$

2) Έστω $\alpha = \dfrac{3}{81^{\chi}\cdot 27^{\psi}}$, $\beta = \dfrac{3^{\chi}\cdot 9^{\psi}}{27}$, $\gamma = 9\cdot 9^{\chi}$.

Να δείξετε ότι $\alpha\beta\gamma = \dfrac{1}{3^{\chi}\cdot 3^{\psi}}$

3) Να υπολογίσετε την τιμή των παραστάσεων:

Α = $(\sqrt{5}+\sqrt{5}+\sqrt{5})\sqrt{5}$ Β = $2\sqrt{8}-4\sqrt{2}+3\sqrt{2}-\sqrt{18}$ Γ = $\sqrt{50}-\sqrt{2}-\sqrt{32}$ Δ = $\dfrac{\sqrt{28}-\sqrt{63}}{\sqrt{700}}$

Ε = $\left(\sqrt{75}+\sqrt{125}\right)\sqrt{20}$ Ζ= $\sqrt{1+\sqrt{43+\sqrt{31+\sqrt{15+\sqrt{100}}}}}\ \sqrt{18}$ **Η=** $\sqrt{\dfrac{36}{5}\sqrt{\dfrac{25}{3}\sqrt{\dfrac{9}{2}\sqrt{4}}}}$

4) Να γράψετε τις παρακάτω παραστάσεις με ρητό παρονομαστή

$\dfrac{1}{\sqrt{2}} =$ $\dfrac{3}{\sqrt{12}} =$ $\dfrac{3}{\sqrt{3}} =$ $\dfrac{\sqrt{20}-\sqrt{45}}{\sqrt{80}} =$ $\dfrac{1}{\sqrt{2}-1} =$ $\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} =$

5) Να λύσετε τις παρακάτω εξισώσεις:

α) $(3-\sqrt{3})x+2-\sqrt{3}=-1$ β) $-\sqrt{3}x+\sqrt{12}=-\sqrt{3}$

6) Να γίνουν οι πράξεις: α) $(2x - 3)^2 - 2(3x - 1)(3x + 1)$ β) $(x - 2y)^3 - (x - y)(x^2 + xy + y^2)$.

7) Να υπολογίσετε τα αναπτύγματα:

α. $(\alpha + 3)^2$ **β.** $(4 - x)^2$ **γ.** $(6\kappa - 5)^2$ **δ.** $(\alpha - \beta^3)^2$

ε. $(\alpha + 2\beta)^2$ **στ.** $(\alpha - \beta^3)^2$ **ζ.** $(\alpha - \beta^3)^2$ **η.** $\left(\dfrac{3\alpha}{2} - \dfrac{4\beta}{3}\right)^2$

θ. $(x - 2)^3 - 2x(x + 1)^2 + 3(x + 1)(x - 1)$

ι. $(\alpha^3 + 1)^2 - (\alpha^2 + 1)^3 + 3\alpha^2(\alpha + 1)^2$

8) Να αποδείξετε ότι:

α. $\left(\dfrac{\alpha+\beta}{2}\right)^2 - \left(\dfrac{\alpha-\beta}{2}\right)^2 = \alpha\beta$

β. $(\alpha + \beta)^2 + 2(\alpha + \beta)(\alpha - \beta) + (\alpha - \beta)^2 = 4\alpha^2$

γ. $(x^2 + 1)(y^2 + 1) - (xy + 1)^2 = (x - y)^2$

δ. $\dfrac{(3\sqrt{7}-1)^2 - (1+3\sqrt{7})^2}{4\sqrt{7}} = -3$

9) Αν $\chi+\frac{2}{\chi}=3$ να υπολογιστούν οι τιμές των παραστάσεων $\chi^2+\frac{4}{\chi^2}$ και $\chi^3+\frac{8}{\chi^3}$

10) Εαν $x + y = 6$ και $x \cdot y = 8$, να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων:

α. $x^2 + y^2$ **β.** $x^3 + y^3$ **γ.** $(x + 3)(x - 3)$

δ. $(x - y)^2$ **ε.** $x^4 + y^4$

11) Να κάνετε παραγοντοποίηση τις παρακάτω παραστάσεις :

$Α = x^2 - 25y^2$ $Β = 12x^2 - 3$,

$Γ = 3(\alpha - \beta) - (\alpha^2 - \beta^2)$ $Δ = \alpha\beta - 3\alpha + 2\beta^2 - 6\beta$

$Ε = 3x-3y + xy-x^2$ $Ζ = \alpha\chi - 2\alpha\psi + 2\beta\psi - \beta\chi$

$Η = 2\alpha\beta + 4\alpha - \beta - 2$ $Θ = x^7 - x^5 - x^3 + x$

$Ι = 2\beta^2 - \beta + 2\beta\alpha - \alpha$ $Κ = 4x^2(y^2 - 1) + 4y^2(1 - x^2)$

$Λ = x^4 - x^8$ $Μ = x^2y^2 + xy - y^3 - x^2y$

$Ν = (x + y)^2 - w^2 + x + y + w$ $Ξ = x^2 - (\alpha - \beta)x - \alpha\beta$

$Ο = x^2 + 3xy + 2y^2 + xz + yz$ $Π = x^3 + x^2 - 2$

$Ρ = 6x^2 + 5xy + y^2$ $Σ = (x - xy)^2 + (x - xy)^4 - (1 - y)^4$

$Τ = x^2(y - z) + y^2(z - x) + z^2(x - y)$ $Υ = x(y^2 - z^2) + y(z^2 - x^2) + z(x^2 - y^2)$

12) **α)** Να παραγοντοποιήσετε την παράσταση: $Α = \alpha^2\beta + 3\beta - 3\alpha - \alpha\beta^2$
β) Αν για τους άνισους αριθμούς α και β ισχύει $\alpha^2\beta - 3\alpha = \alpha\beta^2 - 3\beta$, να αποδείξετε ότι το γινόμενο των α, β είναι 3.

13) Για τους αριθμούς α, β ισχύει $\alpha^2\beta + \beta = \alpha + \alpha\beta^2$. Να αποδείξετε ότι οι αριθμοί α και β είτε είναι ίσοι είτε αντίστροφοι.

14. Να δείξετε ότι τα μέσα των πλευρών ισοσκελούς τρίγωνου σχηματίζουν ισοσκελές τρίγωνο.

15) Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ(ΑΒ = ΑΓ) και η διχοτόμος του ΑΔ. Πάρτε τυχαίο σημείο Μ πάνω στη διχοτόμο και φτιάξτε τη ΜΒ και ΜΓ. Να αποδείξετε ότι:

α. Τα τρίγωνα ΑΜΒ και ΑΜΓ είναι ίσα.

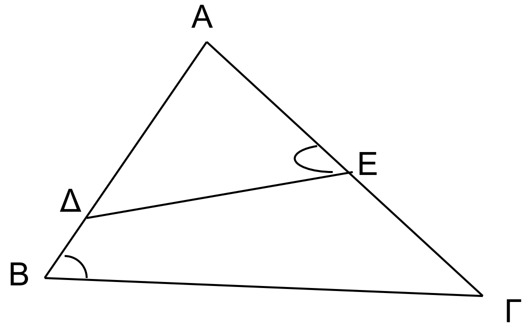
β. Το τρίγωνο ΜΒΓ είναι ισοσκελές.

16) Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ = ΑΓ) και Μ το μέσον της ΒΓ . Στις προεκτάσεις των ίσων πλευρών ΑΒ και ΑΓ (προς το μέρος των Β και Γ) παίρνουμε αντίστοιχα τμήματα ΒΔ = ΓΕ . Να δείξετε ότι :

α) ΔΜ = ΕΜ

β) Τα Δ και Ε ισαπέχουν από την ΒΓ.

17) Στο τρίγωνο ΑΒΓ του διπλανού σχήματος τα Δ, Ε είναι σημεία των ΑΒ και ΑΓ τέτοια ώστε να ισχύει : γωνία ΑΕΔ = γωνία ΑΒΓ



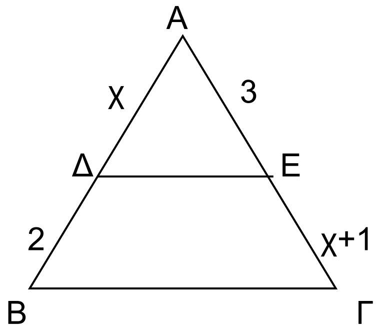
α. Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΑΒΓ και ΑΕΔ είναι όμοια .

β. Να γραφεί ο λόγος ομοιότητας λ .

γ. Αν είναι ΑΔ = 4, ΒΔ = 3, ΑΓ = 10 να βρείτε το τμήμα ΑΕ .

18) Στο διπλανό σχήμα να βρεθεί

το x αν είναι ΔΕ // ΒΓ



Όταν είδε τις ακήσεις…

όταν τις έλυσε !!!!!!