1ο ΓΥΜΝΑΣΙΟ ΒΟΛΟΥ

Μ Α Θ Η Μ Α Τ Ι Κ Α

ΑΝΘΟΥΛΑ ΤΣΙΑΝΤΑΚΗ

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΣ ΕΙΔΙΚΗΣ ΑΓΩΓΗΣ

Α΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ **ΑΛΓΕΒΡΑ πρόσημο**

± ΟΡΟΣ – παράγοντας ▪ ÷

ΑΘΡΟΙΣΜΑ/ΔΙΑΦΟΡΑ – ΓΙΝΟΜΕΝΟ/ΠΗΛΙΚΟ

ΕΠΙΜΕΡΙΣΜΟΣ: $\alpha \cdot (\beta \pm \gamma) = \alpha \cdot \beta \pm \alpha \cdot \gamma$

ΔΥΝΑΜΗ: ένα γινόμενο με ίδιους παράγοντες α^{ν}

1. ΙΣΟΤΗΤΑ

- πράξεις με φυσικούς – δεκαδικούς αριθμούς
- πράξεις με **ΚΛΑΣΜΑΤΑ**

  ΔΕΚΑΔΙΚΑ ΚΛΑΣΜΑΤΑ - **ΠΟΣΟΣΤΑ** (%)

ΑΠΛΟΠΟΙΗΣΗ: πρέπει να είναι **ΓΙΝΟΜΕΝΟ** και στον αριθμητή και στον παρονομαστή

- πράξεις με ρητούς αριθμούς

κανόνας

ομόσημοι: κοινό πρόσημο & ΠΡΟΣΘΕΣΗ

ετερόσημοι: πρόσημο μεγαλυτέρου & ΑΦΑΙΡΕΣΗ

+ ▪ + = + + ▪ – = – – ▪ – = +

2. ΕΞΙΣΩΣΗ $\chi + 2 = 3$ **$\chi = ;$**

$(\chi = 3 - 2, \quad \chi = 1)$

ΟΡΟΣ	παράγοντας
Οι όροι ξεχωρίζουν με **+** ή **—** εκτός παρενθέσεων **ΑΘΡΟΙΣΜΑ ΔΙΑΦΟΡΑ**	Οι παράγοντες ξεχωρίζουν με **•** ή **:** εκτός παρενθέσεων **ΓΙΝΟΜΕΝΟ ΠΗΛΙΚΟ**

Ξεχωρίζουμε τους **όρους** και προσπαθούμε να τους κάνουμε «απλούς».

Σε κάθε όρο, ξεχωρίζουμε τους **παράγοντες,** τους κάνουμε «απλούς».

Μέσα στις παρενθέσεις, ισχύουν τα ίδια.

Παραδείγματα

$$\underline{25} + \underline{32 : 8} — \underline{\underline{5 \cdot 4}} = 25 + 4 — 20 = 29 — 20 = 9$$

$$(\underline{20 + 14 : 2}) — \underline{\underline{5 \cdot 4}} = (20 + 7) — 20 = 27 — 20 = 7$$

ΕΠΙΜΕΡΙΣΜΟΣ

$\alpha \cdot (\beta + \gamma) = \alpha \cdot \beta + \alpha \cdot \gamma$ (πράξεις)

$\alpha \cdot \beta + \alpha \cdot \gamma = \alpha \cdot (\beta + \gamma)$ (παραγοντοποίηση)

Αριθμητική 1 αριθμός → 1 θέση 3,14976…

ΑΛΓΕΒΡΑ 1 αριθμός → 2 θέσεις **+** ή **—** 3,14976…

ΠΡΟΣΗΜΟ

ΟΜΟΣΗΜΟΙ	**ΕΤΕΡΟΣΗΜΟΙ**
ίδιο πρόσημο + 3, + 12 — 5, — 13	διαφορετικό πρόσημο + 7, — 4 — 6, +9

ΠΡΟΣΘΑΦΑΙΡΕΣΗ ΡΗΤΩΝ

ομόσημοι → **κοινό πρόσημο** **ομόσημοι** → **ΠΡΟΣΘΕΣΗ**	**ετερόσημοι** → **πρ. μεγαλυτέρου** **ετερόσημοι** → **ΑΦΑΙΡΕΣΗ**

ΠΟΛ/ΔΙΑΙΡΕΣΗ ΡΗΤΩΝ

ίδια	**+ • + = +**	**διαφορετικά**	**+ • — = —**
+	**— • — = +**	**—**	**— • + = —**

Παραδείγματα

+6 + 5 + 3 + 5 = 19, –3 — 7 — 2 — 8 = –20

6 — 5 = +1, –6 + 5 = –1, +13 — 13 = 0

(+3) · (+4) = +12, (—2) · (—7) = +14

(+5) · (—6) = —30, (—4) · (+5) = —20

ΑΝΤΙΘΕΤΟΙ	ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΟΙ
+17, — 17 άθροισμα «0»	–6, $-\frac{1}{6}$ γινόμενο «1»

ΑΠΑΛΟΙΦΗ ΠΑΡΕΝΘΕΣΕΩΝ

+ (. . . . . . .) γράφω ότι βλέπω	— (. . . . . . .) γράφω τα αντίθετα

Παραδείγματα

+ (–4 + 10 + 2 – 18 – 8) = – 4 + 10 + 2 – 18 – 8

— (–7 + 11 + 12 — 8 — 15) = + 7 — 11 — 12 + 8 + 15

ΔΥΝΑΜΗ α^{ν} : ένα γινόμενο με ίδιους παράγοντες α: **βάση** ν: **εκθέτης** $2^5 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$, $\alpha^0 = 1$ $(\alpha \neq 0)$, $1^{\nu} = 1$, $\alpha^1 = \alpha$

βάση: αρνητική

εκθέτης άρτιος «+» $(-2)^4 = +16$	εκθέτης περιττός «—» $(-2)^3 = -8$

ΠΡΟΣΟΧΗ $-2^4 = -16$

εκθέτης: αρνητικός $\alpha^{-\nu} = \frac{1}{\alpha^{\nu}}$ $(\alpha \neq 0)$

ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ

ίδια βάση	ίδιος εκθέτης
$\alpha^{\mu} \cdot \alpha^{\nu} = \alpha^{\mu+\nu}$ $\alpha^{\mu} : \alpha^{\nu} = \alpha^{\mu-\nu}$	$\alpha^{\nu} \cdot \beta^{\nu} = (\alpha \cdot \beta)^{\nu}$ $\alpha^{\nu} : \beta^{\nu} = (\alpha : \beta)^{\nu}$

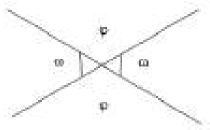
δύναμη σε δύναμη : $(\alpha^{\mu})^{\nu} = \alpha^{\mu \cdot \nu}$

Α΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ **ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ**

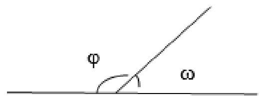
σημείο – ευθ. τμήμα – ημιευθεία – ευθεία

ΖΕΥΓΑΡΙΑ ΓΩΝΙΩΝ:

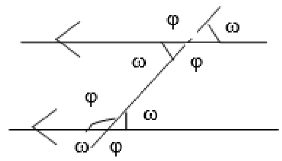
- συμπληρωματικές: άθροισμα 90°
- παραπληρωματικές: άθροισμα 180°
- κατακορυφήν:



- εφεξής & παραπληρωματικές:



- γωνίες μεταξύ παραλλήλων:



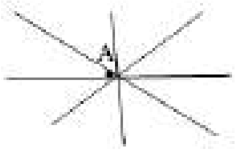
ΣΥΜΜΕΤΡΙΑ

ΚΥΚΛΟΣ (επίκεντρη γωνία)

ΤΡΙΓΩΝΑ (άθροισμα γωνιών 180 °)

- ΤΡΑΠΕΖΙΑ (ισοσκελές τραπέζιο)
- ΠΑΡΑΛ/ΜΑ (Ορθογώνιο – Ρόμβος Τετράγωνο)

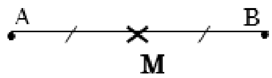
Σημείο	Ευθεία
Ευθύγραμμο τμήμα	Ημιευθεία



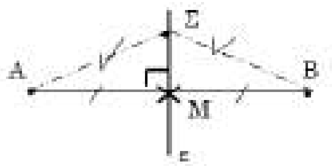
Από **1** σημείο διέρχονται άπειρες ευθείες

Από **2** σημεία διέρχεται μία μόνο ευθεία

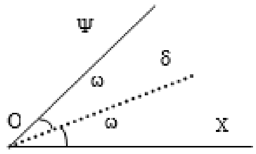
Μ **μέσο** του ΑΒ ↔ ΑΜ = ΜΒ = $\frac{AB}{2}$



Μεσοκάθετος (ε) του ΑΒ: κάθετη ευθεία, στο μέσον του Μ.
Κάθε σημείο Σ της μεσοκαθέτου ισαπέχει από τα άκρα του. (ΣΑ = ΣΒ)



Διχοτόμος γωνίας :
η ημιευθεία που χωρίζει την γωνία σε δύο ίσες γωνίες.

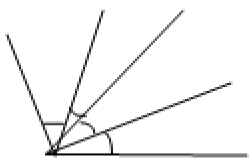


Χαρακτηριστικές γωνίες

μηδενική (0^o), **πλήρης** (360^o) **ορθή** (90^o), **ευθεία** (180^o)

οξεία ($< 90^o$) , **αμβλεία** ($> 90^o$)

διαδοχικές γωνίες : πολλές γωνίες στη σειρά.

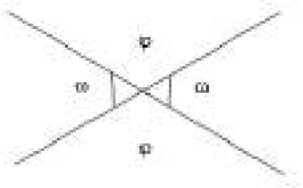


Ζευγάρια γωνιών

συμπληρωματικές : 2 γωνίες με άθροισμα 90^o

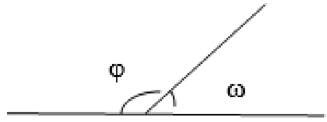
παραπληρωματικές : 2 γωνίες με άθροισμα 180^o

εφεξής γωνίες : 2 γωνίες στη σειρά



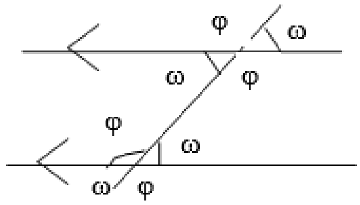
κατακορυφήν

γωνίες (ίσες)



εφεξής & παραπληρωματικές γωνίες

ΠΑΡΑΛΛΗΛΕΣ - ζευγάρια γωνιών



Δύο παράλληλες ευθείες που τέμνονται από μία άλλη ευθεία σχηματίζουν τα ζευγάρια γωνιών :

« εντός εναλλάξ » ίσες

« εντός, εκτός και επί τα αυτά » ίσες

« εντός και επί τα αυτά » παραπληρωματικές

ΤΡΙΓΩΝΟ

τρίγωνο : το πολύγωνο με 3 πλευρές

Τα **κύρια** στοιχεία ενός τριγώνου είναι:

3 **κορυφές**, 3 **πλευρές,** 3 **γωνίες**

Είδη τριγώνων

- ως προς τις **πλευρές**

σκαληνό: 3 πλευρές άνισες

ισοσκελές: 2 πλευρές ίσες

ισόπλευρο: 3 πλευρές ίσες

- ως προς τις **γωνίες**

οξυγώνιο: 3 γωνίες οξείες

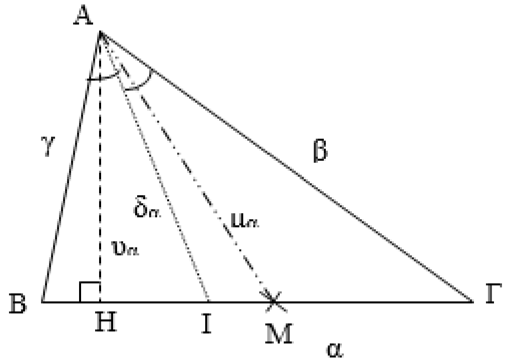
ορθογώνιο: 1 ορθή γωνία

αμβλυγώνιο: 1 αμβλεία γωνία

γωνία $\hat{A}$ **περιεχόμενη** των πλευρών ΑΒ και ΑΓ.

γωνία $\hat{A}$ **προσκείμενη** στην πλευρά ΑΒ ή στην ΑΓ.

Τα **δευτερεύοντα** στοιχεία ενός τριγώνου είναι: 3 **ύψη**, 3 **διάμεσοι,** 3 **διχοτόμοι**



Ύψος : το ευθύγραμμο τμήμα (υ_α : ΑΗ), που φέρνουμε από μια κορυφή κάθετο στην ευθεία της απέναντι πλευράς.

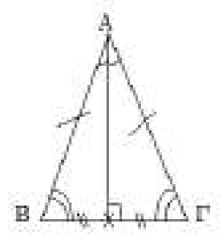
Διάμεσος :το ευθύγραμμο τμήμα (μ_α : ΑΜ), που ενώνει μια κορυφή με το μέσον της απέναντι πλευράς.

Διχοτόμος : το ευθύγραμμο τμήμα (δ_α : ΑΙ), που φέρνουμε από μια κορυφή και χωρίζει τη γωνία σε δύο ίσα μέρη.

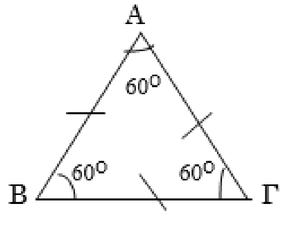
Άθροισμα γωνιών τριγώνου

Σε κάθε τρίγωνο ΑΒΓ το άθροισμα των γωνιών του είναι 180°

Σε κάθε **ορθογώνιο** τρίγωνο ΑΒΓ
οι οξείες γωνίες είναι συμπληρωματικές

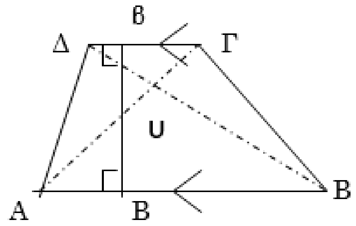


Σε κάθε **ισοσκελές τρίγωνο :** 2 πλευρές ίσες
2 γωνίες προσκείμενες στη βάση ίσες
από την κορυφή ταυτίζονται: ύψος, διχοτόμος, διάμεσος.



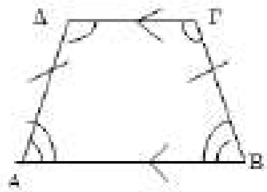
Σε κάθε **ισόπλευρο** τρίγωνο : 3 πλευρές ίσες
3 γωνίες ίσες
κάθε διάμεσος είναι και ύψος και διχοτόμος

ΤΡΑΠΕΖΙΟ



Τραπέζιο ΑΒΓΔ είναι το τετράπλευρο που έχει 2 πλευρές παράλληλες. (ΑΒ // ΓΔ)

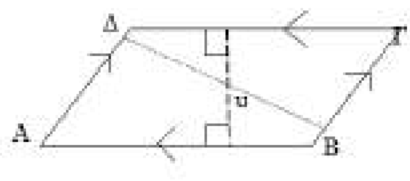
Οι παράλληλες πλευρές : **βάσεις** (**Β, β**) του τραπεζίου.
Η απόσταση των βάσεων αποτελεί το **ύψος** (**υ**) του τραπεζίου.



Ισοσκελές τραπέζιο : το τραπέζιο που έχει τις μη παράλληλες πλευρές του ίσες. (ΑΔ = ΒΓ)

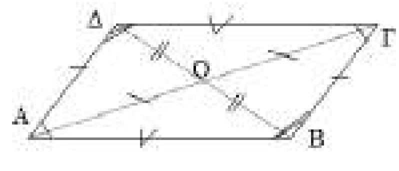
Οι προσκείμενες σε κάθε βάση του γωνίες είναι ίσες.

ΠΑΡΑΛΛΗΛΟΓΡΑΜΜΑ



Παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ είναι το τετράπλευρο με τις απέναντι πλευρές του παράλληλες (ΑΒ // ΓΔ, ΒΓ // ΑΔ)

Οι αποστάσεις των απέναντι πλευρών του αποτελούν τα **ύψη** του παραλληλογράμμου.



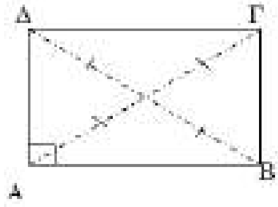
Ιδιότητες παραλληλογράμμου

Οι απέναντι πλευρές είναι ίσες.

Οι απέναντι γωνίες είναι ίσες.

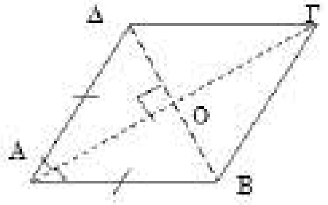
Οι διαγώνιοι διχοτομούνται (κάθε μία περνάει από το μέσον της άλλης)

Είδη παραλληλογράμων



Ορθογώνιο είναι το παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ με 1 γωνία ορθή. (όλες ορθές)

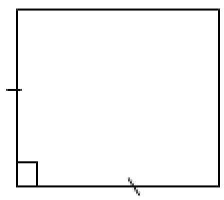
Ιδιότητες ορθογωνίου : Οι διαγώνιες του είναι ίσες.



Ρόμβος είναι το παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ με 2 διαδοχικές πλευρές ίσες. (όλες ίσες)

Ιδιότητες ρόμβου : Οι διαγώνιες του είναι κάθετες.

Οι διαγώνιες του είναι διχοτόμοι των γωνιών του.



Τετράγωνο είναι το παραλληλόγραμμο που είναι και ορθογώνιο και ρόμβος.

Ιδιότητες τετραγώνου : Οι διαγώνιες του είναι ίσες, κάθετες και διχοτόμοι των γωνιών του.