ΑΛΓΕΒΡΑ

Κεφάλαιο 1ο Εξισώσεις - Ανισώσεις

1. Τι ονομάζεται Αριθμητική και τι Αλγεβρική παράσταση; Σελ 11

- Ονομάζεται Αριθμητική παράσταση μια παράσταση που περιέχει πράξεις μεταξύ αριθμών.
- Ονομάζεται αλγεβρική παράσταση μια παράσταση που περιέχει πράξεις μεταξύ αριθμών και μεταβλητών.

2. Τι ονομάζουμε όρους μιας αλγεβρικής παράστασης και τι αναγωγή ομοίων όρων της; Σελ 11,12

- Ονομάζουμε όρους μιας αλγεβρικής παράστασης τους προσθετέους της.
- Ονομάζουμε αναγωγή ομοίων όρων τη διαδικασία με την οποία γράφουμε σε απλούστερη μορφή μια αλγεβρική παράσταση προσθέτοντας χωριστά τους όμοιους όρους.

3. Ποιες είναι οι οι τρείς πιθανές σχέσεις που συνδέουν δύο αριθμούς α, β. Σελ 15

Οι τρείς πιθανές σχέσεις που συνδέουν δύο αριθμούς α, β είναι:

$$\alpha=\beta,\ \alpha<\beta,\ \ \alpha>\beta$$

4. Ποιοι κανόνες ισχύουν για την ισότητα δύο αριθμών; Σελ 15,16

- Αν και στα δύο μέλη μιας ισότητας προσθέσουμε τον ίδιο αριθμό, τότε προκύπτει και πάλι ισότητα. Δηλαδή: $\text{Αν } \alpha=\beta \text{ τότε } \alpha+\gamma=\beta+\gamma$
- Αν από τα δυο μέλη μιας ισότητας αφαιρέσουμε τον ίδιο αριθμό, τότε προκύπτει και πάλι ισότητα. Δηλαδή: $\text{Αν } \alpha=\beta \text{ τότε } \alpha-\gamma=\beta-\gamma$
- Αν και τα δύο μέλη μιας ισότητας πολλαπλασιαστούν με τον ίδιο αριθμό, τότε προκύπτει και πάλι μια ισότητα. Δηλαδή: $\text{Αν } \alpha=\beta \text{ τότε } \alpha\cdot\gamma=\beta\cdot\gamma$
- Αν και τα δύο μέλη μιας ισότητας διαιρεθούν με τον ίδιο αριθμό, τότε προκύπτει και πάλι μια ισότητα. Δηλαδή: $\text{Αν } \alpha=\beta \text{ και } \gamma\neq 0 \text{ τότε } \alpha:\gamma=\beta:\gamma$

5. Τι ονομάζουμε: Σελ 17,18,19

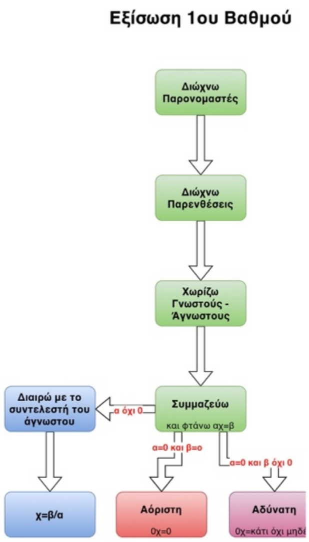
i. εξίσωση;

ii. πρώτο και δεύτερο μέλος μιας εξίσωσης;

iii. γνωστούς και άγνωστους όρους μιας εξίσωσης;

iv. λύση (*ή ρίζα*) μιας εξίσωσης;

v. επίλυση μιας εξίσωσης;



i. Ονομάζουμε εξίσωση μια ισότητα που περιέχει αριθμούς και ένα άγνωστο (μια μεταβλητή).

ii. Ονομάζουμε πρώτο μέλος της εξίσωσης το μέρος της που βρίσκεται αριστερά του ίσον και δεύτερο μέλοςτης εξίσωσης το μέρος της που βρίσκεται δεξιά του ίσον.

iii. Ονομάζουμε γνωστούς όρους μιας εξίσωσης τους όρους που δεν περιέχουν τον άγνωστο και άγνωστουςόρους αυτούς που τον περιέχουν.

iv. Ονομάζουμε λύση (ή ρίζα) μιας εξίσωσης την τιμή του αγνώστου που επαληθεύει την εξίσωση.

v. Ονομάζουμε επίλυση μιας εξίσωσης την διαδικασία που κάνουμε για να βρούμε την λύση (ρίζα) της.

6. Πότε μια εξίσωση λέγεται αδύνατη και πότε αόριστη(ή ταυτότητα); Σελ 19

- Μια εξίσωση λέγεται αδύνατη όταν δεν έχει καμία λύση, δηλαδή δεν υπάρχει κάποια τιμή του χ που να την επαληθεύει και η τελική μορφή της είναι

$$0.x = \beta \ (\beta \neq 0)$$

- Μια εξίσωση λέγεται αόριστη (ή ταυτότητα) όταν επαληθεύεται για όλες τις τιμές του x και η τελική μορφή της είναι:

$$0.x = 0$$

7. Τί εννοούμε όταν γράφουμε α ≤ β , και πως το διαβάζουμε; Σελ 31

Γράφουμε $\alpha \leq \beta$, όταν $\alpha = \beta$ ή $\alpha < \beta$ και διαβάζουμε « το α είναι μικρότερο ή ίσο του β»

8. Τι συμπέρασμα βγάζετε αν σας πουν ότι ισχύουν συγχρόνως οι σχέσεις:

$\alpha \geq \beta$ και $\alpha \leq \beta$

$$\text{Αν } \alpha \geq \beta, \text{ και } \alpha \leq \beta \text{ τότε } \alpha = \beta$$

9. Να διατυπώσετε τις ιδιότητες των ανισοτήτων

- Αν και στα δύο μέλη μιας ανισότητας προσθέσουμε ή αφαιρέσουμε τον ίδιο αριθμό προκύπτει ανισότητα ίδιας φοράς με την αρχική. Δηλαδή:

$$\text{Αν } \alpha < \beta \text{ τότε } \alpha + \gamma < \beta + \gamma \text{ και } \alpha - \gamma < \beta - \gamma$$

- Αν και τα δύο μέλη μιας ανισότητας τα πολλαπλασιάσουμε ή τα διαιρέσουμε με τον ίδιο θετικό αριθμό προκύπτει ανισότητα ίδιας φοράς με την αρχική. Δηλαδή:

$$\text{Αν } \alpha < \beta \text{ και } \gamma > 0 \text{ τότε } \alpha . \gamma < \beta . \gamma$$

$$\text{Αν } \alpha < \beta \text{ και } \gamma > 0 \text{ τότε } \alpha : \gamma < \beta : \gamma$$

- Αν και τα δύο μέλη μιας ανισότητας τα πολλαπλασιάσουμε ή τα διαιρέσουμε με τον ίδιο αρνητικό αριθμό προκύπτει ανισότητα αντίθετης φοράς με την αρχική. Δηλαδή:

$$\text{Αν } \alpha < \beta \text{ και } \gamma < 0 \text{ τότε } \alpha . \gamma > \beta . \gamma$$

$$\text{Αν } \alpha < \beta \text{ και } \gamma < 0 \text{ τότε } \alpha : \gamma > \beta : \gamma$$

10. Τι ονομάζουμε ανίσωση και τι λύσεις της ανίσωσης ; Σελ 33

- Ονομάζουμε ανίσωση μια ανισότητα που περιέχει μια μεταβλητή και επαληθεύετε για ένα σύνολο τιμών της μεταβλητής αυτής.
- Ονομάζουμε λύσεις της ανίσωσης τις τιμές της μεταβλητής που επαληθεύουν την ανίσωση.

11. Τι ονομάζεται τετραγωνική ρίζα θετικού αριθμού και ποιες οι ιδιότητες της; Σελ. 42

Ονομάζεται τετραγωνική ρίζα ενός θετικού αριθμού α και συμβολίζεται $\sqrt{\alpha}$ ένας θετικός αριθμός **x** που όταν υψωθεί στο τετράγωνο μας δίνει τον αριθμό α Δηλαδή:

Αν $\sqrt{\alpha} = x$, όπου $\alpha \geq 0$ τότε $x \geq 0$ και $x^2 = \alpha$

Οι ιδιότητες της ρίζας είναι:

1. $\sqrt{0} = 0$
2. $\sqrt{\alpha}^2 = \alpha$ $\quad (\alpha \geq 0)$
3. $\sqrt{\alpha . \beta} = \sqrt{\alpha} . \sqrt{\beta}$ $\quad (\alpha,\beta \geq 0)$
4. $\sqrt{\frac{\alpha}{\beta}} = \frac{\sqrt{\alpha}}{\sqrt{\beta}}$ $\quad (\alpha \geq 0 \ , \ \beta > 0)$
5. $\sqrt{\alpha^2} = |\alpha|$

12. Ποιοι αριθμοί ονομάζονται ρητοί, άρρητοι, πραγματικοί; Σελ. 45

- Ονομάζονται ***ρητοί*** οι αριθμοί της μορφής $\frac{\mu}{\nu}$, όπου μ,ν ακέραιοι και $\nu \neq 0$.
- Ονομάζονται ***άρρητοι*** οι αριθμοί που δεν είναι ρητοί.
- Ονομάζονται ***πραγματικοί*** οι ***ρητοί*** και οι ***άρρητοι*** μαζί.

13. Πότε μια ευθεία ονομάζεται άξονας των πραγματικών αριθμών; Σελ. 46

Ονομάζεται άξονας των πραγματικών αριθμών μια ευθεία σε κάθε σημείο της οποίας αντιστοιχεί έναςπραγματικός αριθμός και σε κάθε πραγματικό αριθμό αντιστοιχεί ένα σημείο της ευθείας.

Κεφάλαιο 3ο Συναρτήσεις

14. Τι ονομάζεται συνάρτηση και τη πίνακας τιμών της; Σελ. 55

- Ονομάζεται συνάρτηση μια σχέση δύο μεταβλητών ***x, y*** τέτοια ώστε ***κάθε τιμή της μεταβλητής x*** να αντιστοιχίζεται ***σε μια μόνο τιμή της μεταβλητής y.***
- Ονομάζεται ***πίνακας τιμών μιας συνάρτησης*** ο πίνακας που περιέχει ζεύγη αντιστοίχων τιμών των μεταβλητών της.

15. Τι ονομάζεται ορθοκανονικό σύστημα αξόνων (Σύστημα ορθογωνίων αξόνων) και τι συντεταγμένες (τετμημένη, τεταγμένη) σημείου; Σελ. 59,60

- Ονομάζεται ***ορθοκανονικό σύστημα αξόνων*** (Σύστημα ορθογωνίων αξόνων) ένα σύστημα από δύο κάθετους άξονες με κοινή αρχή στους οποίους οι μονάδες έχουν το ίδιο μήκος.

- Ονομάζονται ***συντεταγμένες (τετμημένη, τεταγμένη)*** σημείου ένα μοναδικό για κάθε σημείο ζευγάρι αριθμών ***(α, β)*** που αντιστοιχίζεται στο σημείο και μας επιτρέπει να προσδιορίσουμε την θέση του στο επίπεδο που είναι εφοδιασμένο με ένα ορθοκανονικό σύστημα αξόνων. Το ***α*** ονομάζεται ***τετμημένη*** και το ***β τεταγμένη*** του σημείου.

16. Τι ονομάζουμε τεταρτημόρια; Σελ. 60

Τεταρτημόρια ονομάζουμε τις ***4 ορθές γωνίες*** που ένα ορθοκανονικό σύστημα αξόνων χωρίζει το επίπεδο.

17. Τι ονομάζουμε γραφική παράσταση μιας συνάρτησης; Σελ. 62

Έστω ότι έχουμε μία συνάρτηση με την οποία ένα μέγεθος y εκφράζεται ως συνάρτηση ενός άλλου μεγέθους x. Ονομάζουμε ***γραφική παράσταση*** της συνάρτησης αυτής το σύνολο όλωντων σημείωντου επιπέδου με συντεταγμένες (x,y).

18. Τι γνωρίζετε για τις συντεταγμένες των σημείων των αξόνων x΄x και y΄y σ' ένα ορθοκανονικό σύστημα; Σελ. 62

Τα σημεία του x΄x έχουν τεταγμένη μηδέν και τα σημεία του y΄y έχουν τετμημένη μηδέν.

19. Πότε δύο ποσά λέγονται ανάλογα; Σελ. 67

Δύο ποσά λέγονται ***ανάλογα,*** *εάν μεταβάλλονται με τέτοιο τρόπο, που όταν οι τιμές του ενός πολλαπλασιάζονται μεέναν αριθμό, τότε και οι αντίστοιχες τιμές του άλλου να πολλαπλασιάζονται με τον ίδιο αριθμό.*

20. Τι γραμμή είναι η γραφική παράσταση της συνάρτησης y = αx και από που διέρχεται; Σελ. 68

Η γραφική παράσταση της συνάρτησης ***y = αx*** είναι μία ευθεία που διέρχεται την αρχή Ο των αξόνων.

21. Τι εννοούμε όταν λέμε η ευθεία με εξίσωση y = αx ή πιο απλά η ευθεία y = αx ; Σελ. 68

Όταν λέμε η ευθεία με εξίσωση ***y = αx*** ή πιο απλά η ευθεία ***y = αx*** εννοούμε την ευθεία που είναι η γραφική παράσταση της συνάρτησης ***y = αx***.

22. Ποια είναι η εξίσωση του άξονα x΄x; Σελ. 68

Ο άξονας x΄x είναι η ευθεία με εξίσωση y = 0x, δηλαδή y = **0**.

23. Τι ονομάζεται κλίση της ευθείας y = αx ; Σελ. 68

Ονομάζεται ***κλίση της ευθείας y = αx*** ο σταθερός λόγος $\frac{y}{x} = \alpha$ με $x \neq 0$.

24. Τι γραμμή είναι η γραφική παράσταση της συνάρτησης y = αx + β και από που διέρχεται ; Σελ. 73

Η γραφική παράσταση της ***y = αx + β, β≠0*** είναι μια ευθεία παράλληλη της ευθείας με εξίσωση ***y = αχ***, που

διέρχεται από το σημείο ***(0, β)*** του άξονα ***y΄y***.

25. Τι εννοούμε όταν λέμε η ευθεία με εξίσωση y=αx+β ή απλούστερα η ευθεία y=αx+β; Σελ. 73

Όταν λέμε η ευθεία με εξίσωση ***y = αx + β*** ή πιο απλά η ευθεία ***y = αx + β*** εννοούμε την ευθεία που είναι γραφική παράσταση της συνάρτησης ***y = αx + β***.

26. Τι ονομάζεται κλίση της ευθείας y = αx + β; Σελ. 73

Ονομάζεται ***κλίση της ευθείας y = αx + β*** ο αριθμός ***α.***

27. Τι παριστάνει μια εξίσωση της μορφής αx + βy + γ = 0 με $\alpha \neq 0$ ή $\beta \neq 0$; Σελ 74

Μα εξίσωση της μορφής $\alpha x + \beta y + \gamma = 0$ με $\alpha \neq 0$ ή $\beta \neq 0$ παριστάνει ευθεία.

28. Τι παριστάνει μια εξίσωση της μορφής: Σελ. 74

i. y = κ; ii. x = λ; iii. x = 0 iv. y = 0

i. η εξίσωση y = κ παριστάνει ευθεία παράλληλη προς τον άξονα x΄x

ii. η εξίσωση x = λ παριστάνει ευθεία παράλληλη προς τον άξονα y΄y

iii. η ευθεία y = 0 παριστάνει τον άξονα x΄x.

iv. η ευθεία x = 0 παριστάνει τον άξονα y΄y.

29. Ποια είναι τα σημεία τομής της ευθείας αx + βy = γ με $\alpha \neq 0$ ή $\beta \neq 0$ με τους άξονες x΄x και y΄y. Σελ. 74

τα σημεία α και β στα οποία η ευθεία αx + βy = γ τεμνει τους αξονες x΄x, και y΄y, εχουν:

το α εχει τεταγμενη y = 0 και τετμημενη x με αx + β . 0 = γ ή x = γ/α

το β εχει τετμημενη x = 0 και τεταγμενη y με α . 0 + β . y = γ ή y = γ/β

30. Πότε δύο ποσά λέγονται αντιστρόφως ανάλογα; Σελ 79

*Δύο ποσά λέγονται **αντιστρόφως ανάλογα,** εάν μεταβάλλονται με τέτοιο τρόπο, που όταν οι τιμές του ενός πολλαπλασιάζονται με έναν αριθμό, τότε και οι αντίστοιχες τιμές του άλλου να διαιρούνται με τον ίδιο αριθμό.*

31. Πότε δύο ποσά είναι αντιστρόφως ανάλογα και τι προκύπτει απ' αυτό; Σελ 79

Όταν δύο ποσά x και y είναι αντιστρόφως ανάλογα, τότε το γινόμενο των αντιστοίχων τιμών τους είναι σταθερό. Αν α≠0 είναι το σταθερό γινόμενο των x και y, τότε το y εκφράζεται ως συνάρτηση του x από τον τύπο y = α/χ .

32. Πως λέγεται η γραφική της συνάρτησης y= α.χ; Σελ 80

Η γραφική της συνάρτησης $y = \alpha/\chi$ με $\alpha \neq 0$ είναι μια καμπύλη γραμμή που ονομάζεται υπερβολή και αποτελείται από δύο κλάδους που βρίσκονται:

Στο ***1ο*** και στο ***3ο*** τεταρτημόριο των αξόνων, όταν $\alpha > 0$

Στο ***2ο*** και στο ***4ο*** τεταρτημόριο των αξόνων, όταν $\alpha < 0$

33. Ποιες είναι οι ιδιότητες της υπερβολής; Σελ 80

***Η υπερβολή*:**

- δεν τέμνει ποτέ τους ***ημιάξονες Οx και Oy,*** διότι οι συντεταγμένες των σημείων της δεν παίρνουν ποτέ την τιμή ***0***.
- Έχει ***κέντρο συμμετρίας*** την αρχή ***Ο*** των αξόνων.
- ***Άξονες συμμετρίας*** τις διχοτόμους των γωνιών των αξόνων, δηλαδή τις ευθείες με εξισώσεις $y = x$ και $y = -x$.

ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ –ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΑ

Κεφάλαιο 1ο Εμβαδά επιπέδων σχημάτων

34. Τι ονομάζεται εμβαδόν μιας επίπεδης επιφάνειας και από τι εξαρτάται; Σελ 114

Ονομάζεται εμβαδόν μιας επίπεδης επιφάνειας ο θετικός αριθμός, που εκφράζει την έκταση που καταλαμβάνει η επιφάνεια αυτή στο επίπεδο. Ο αριθμός αυτός εξαρτάται από τη μονάδα μέτρησης επιφανειών που χρησιμοποιούμε.

35. Ποιες είναι οι μονάδες μέτρησης εμβαδού και ποια η σχέση που τις συνδέει; Σελ 116

Μονάδες μέτρησης εμβαδού είναι:

- Το τετραγωνικό μέτρο, (m^2) που είναι το εμβαδόν ενός τετραγώνου με πλευρά 1m.
- Το τετραγωνικό δεκατόμετρο, ($1dm^2$) που είναι το εμβαδόν ενός τετραγώνου με πλευρά 1dm.
- Το τετραγωνικό εκατοστόμετρο, ($1cm^2$) που είναι το εμβαδόν ενός τετραγώνου με πλευρά 1cm.
- Το τετραγωνικό χιλιοστόμετρο, ($1mm^2$) που είναι το εμβαδόν ενός τετραγώνου με πλευρά 1mm.

$$1m^2 = 100dm^2 = 10000cm^2 = 1000000mm^2$$

Άλλες μονάδες μέτρησης εμβαδού είναι:

- Το τετραγωνικό χιλιόμετρο, ($1km^2$) που είναι το εμβαδόν ενός τετραγώνου με πλευρά 1km.

$$1km^2 = 1km \cdot 1km = 1000m \cdot 1000m = 1.000.000m^2$$

- Το στρέμμα το οποίο ισούται με $1000m^2$ και χρησιμοποιείται κυρίως για τη μέτρηση των εμβαδών οικοπέδωνκαι κτημάτων.

36. Με τι ισούται το εμβαδόν τετραγώνου, ορθογωνίου, παραλληλογράμμου, τριγώνου, ορθογωνίου τριγώνου, τραπεζίου; Σελ 119, Σελ 120

- Το εμβαδόν ενός ***τετραγώνου*** πλευράς α ισούται με $α^2$.
- Το εμβαδόν ενός ***ορθογωνίου*** με πλευρές ***α, β*** ισούται με ***α · β***.
- Το εμβαδόν ενός ***παραλληλογράμμου*** είναι ίσο με ***το*** γινόμενο μίας βάσης του με το αντίστοιχο ύψος.
- Το εμβαδόν ενός ***τριγώνου*** είναι ίσο με το μισό του γινομένου μιας βάσης του με το αντίστοιχο ύφος.
- Το εμβαδόν ενός ***ορθογωνίου τριγώνου*** είναι ίσο με το μισό του γινομένου των δύο κάθετων πλευρών του.
- Το εμβαδόν ενός ***τραπεζίου*** είναι ίσο με το γινόμενο του ημιαθροίσματος των βάσεων του με το ύψος του.

37. Τι λέει το Πυθαγόρειο θεώρημα και τι το αντίστροφο του; Σελ 127, 128

- Σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο το άθροισμα των τετραγώνων των δύο καθέτων πλευρών είναι ίσο με το τετράγωνο της υποτείνουσας . $β^2 + γ^2 = α^2$
- Αν σε ένα τρίγωνο το τετράγωνο της μεγαλύτερης πλευράς είναι ίσο με το άθροισμα των τετραγώνων των δύο άλλων πλευρών τότε η γωνία που βρίσκεται απέναντι από τη μεγαλύτερη πλευρά είναι ορθή.

Κεφάλαιο 2ο Τριγωνομετρία Διανύσματα

38. Τι ονομάζουμε λόγο δύο ευθυγράμμων τμημάτων; Σελ 137

Ονομάζουμε λόγο δύο ευθυγράμμων τμημάτων, που έχουν μετρηθεί με την ίδια μονάδα μέτρησης, τον λόγο των μηκών τους.

39. Τι ονομάζεται εφαπτομένη οξείας γωνίας ορθογωνίου τριγώνου. Σελ 137

Ονομάζεται εφαπτομένη οξείας γωνίας ορθογωνίου τριγώνου ο λόγος της απέναντι στην οξεία κάθετης πλευράς προς την προσκείμενη στην οξεία κάθετη πλευρά.

40. Με τι ισούται η κλίση α της ευθείας με εξίσωση y = αx . Σελ 137

Η κλίση α της ευθείας με εξίσωση $y = αx$ είναι ίση με την εφαπτομένη της γωνίας ω που σχηματίζει η ευθεία με τον άξονα x΄x.

41. Τι ονομάζεται ημίτονο οξείας γωνίας ορθογωνίου τριγώνου. Σελ 142

Ονομάζεται ημίτονο οξείας γωνίας ορθογωνίου τριγώνου ο λόγος της απέναντι στην οξεία κάθετης πλευράς προς την υποτείνουσα.

42. Τι ονομάζεται συνημίτονο οξείας γωνίας ορθογωνίου τριγώνου. Σελ 143

Ονομάζεται συνημίτονο οξείας γωνίας ορθογωνίου τριγώνου ο λόγος της προσκείμενης στην οξεία κάθετης πλευράς προς την υποτείνουσα.

***43.* Πως μεταβάλλεται το συνημίτονο οξείας γωνίας ορθογωνίου τριγώνου όταν μεταβάλλεται η γωνία; (Σελ 148**

- Όταν αυξάνεται μια οξεία γωνία ελαττώνεται το συνημίτονο της.

Πως μεταβάλλεται το ημίτονο οξείας γωνίας ορθογωνίου τριγώνου όταν μεταβάλλεται η γωνία; **Σελ 148**

- Όταν αυξάνεται μια οξεία γωνία αυξάνεται και το ημίτονο της

Πως μεταβάλλεται η εφαπτομένη οξείας γωνίας ορθογωνίου τριγώνου όταν μεταβάλλεται η γωνία; **Σελ 148**

- Όταν αυξάνεται μια οξεία γωνία αυξάνεται και η εφαπτομένη της.

Αν δύο οξείες γωνίες έχουν ίσα ημίτονα, τότε οι γωνίες αυτές είναι ίσες.
Αν δύο οξείες γωνίες έχουν ίσα συνημίτονα, τότε οι γωνίες αυτές είναι ίσες.
Αν δύο οξείες γωνίες έχουν ίσες εφαπτόμενες, τότε οι γωνίες αυτές είναι ίσες

44. Τι τιμές παίρνει το ημίτονο και το συνημίτονο οξείας γωνίας ορθογωνίου τριγώνου; Σελ 143

Για το ημίτονο και το συνημίτονο οξείας γωνίας ω ισχύουν οι ανισότητες:

$0 < ημω < 1$ και $0 < συνω < 1$

Κεφάλαιο 3ο Μέτρηση κύκλου

45. Τι ονομάζεται εγγεγραμμένη γωνία και τι αντίστοιχο τόξο της; Σελ 175

- Ονομάζεται εγγεγραμμένη γωνία η γωνία που η κορυφή της είναι σημείο του κύκλου και οι πλευρές της τέμνουν τον κύκλο.
- Ονομάζεται αντίστοιχο τόξο εγγεγραμμένης γωνίας το τόξο που περιέχεται στις πλευρές της. (Λέμε ακόμη ότι η γωνία βαίνει στο τόξο αυτό)

46. Ποιες προτάσεις ισχύουν για τις εγγεγραμμένες γωνίες; Σελ 176

- Κάθε εγγεγραμμένη γωνία είναι ίση με το μισό της επίκεντρης γωνίας που έχει ίσο με αυτή αντίστοιχο τόξο.
- Κάθε εγγεγραμμένη γωνία σε μοίρες είναι ίση με το μισό του αντίστοιχου τόξου της.
- Εγγεγραμμένες γωνίες που βαίνουν στο ίδιο τόξο ή σε ίσα τόξα είναι ίσες.
- Κάθε εγγεγραμμένη γωνία που βαίνει σε ημικύκλιο είναι ορθή.

47. Τι ονομάζεται: Σελ 180,181,182

i. κανονικό πολύγωνο;

ii. περιγεγραμμένος κύκλος κανονικού πολυγώνου;

iii. κέντρο κανονικού πολυγώνου;

iv. κεντρική γωνία κανονικού πολυγώνου;

v. απόστημα κανονικού πολυγώνου;

i. Ονομάζεται κανονικό πολύγωνο το πολύγωνο που έχει όλες τις πλευρές του ίσες και όλες τις γωνίες του ίσες.

ii. Ονομάζεται περιγεγραμμένος κύκλος κανονικού πολυγώνου ο κύκλος που περνά απ’ όλες τις κορυφές του.

iii. Ονομάζεται κέντρο κανονικού πολυγώνου το κέντρο του περιγεγραμμένου του κύκλου.

iv. Ονομάζεται κεντρική γωνία κανονικού πολυγώνου (ν - γώνου) κάθε μια από τις ν ίσες επίκεντρες γωνίες (ω) με τις οποίες χωρίζουμε τον περιγεγραμμένο στο πολύγωνο κύκλο. Δηλαδή είναι $ω = \frac{360°}{ν}$

v. Ονομάζεται απόστημα κανονικού πολυγώνου η απόσταση του κέντρου του από την πλευρά του.

48. Ποια σχέση συνδέει τη γωνία φ και την κεντρική γωνία ω ενός κανονικού πολυγώνου (ν - γώνου).

Σελ 182

η γωνία φ ενός κανονικού ν-γωνου είναι παραπληρωματική της κεντρικής γωνίας ω του. $\varphi = 180° - \omega$.

49. Ποιοι οι τύποι που μας δίνουν το μήκος (L) του κύκλου (Ο, ρ). Σελ 182

$L = 2\pi\rho$ ή $L = \delta\pi$ όπου δ η διάμετρος του κύκλου (Ο, ρ)

50. Τι ονομάζουμε ακτίνιο (rad) σε κύκλο (Ο, ρ); Σελ 190

Ονομάζουμε ακτίνιο (rad) σε κύκλο (Ο, ρ) **το τόξο μήκους ίσο με την ακτίνα ρ του κύκλου.**

51. Με τι ισούται το μήκος l ενός τόξου μ^{0}. Σελ 190

Το μήκος ενός τόξου μ° ισούται με: $\ell = 2\pi\rho \cdot \frac{\mu}{360}$

52. Ποιος τύπος που μας δίνει το μήκος l ενός τόξου α rad; Σελ 190

Το μήκος **l** ενός τόξου μετρημένο σε ακτίνια δίνεται από τον τύπο **l** = α.ρ

53. Ποια σχέση συνδέει τις μοίρες με τα ακτίνια του ίδιου τόξου; Σελ 190

$$\frac{\mu}{180} = \frac{\alpha}{\pi}$$

54. Ποιοι οι τύποι για το εμβαδόν (Ε) του κυκλικού δίσκου (Ο, ρ); Σελ 193

$E = \pi\rho^2$

55. Τι ονομάζεται κυκλικός τομέας; Σελ 196

Ονομάζεται κυκλικός τομέας το μέρος του κυκλικού δίσκου που περικλείετε από μια επίκεντρη γωνία του και το αντίστοιχο της τόξο.

56. Να υπολογιστεί το εμβαδόν κυκλικού τομέα *Ε* επίκεντρης γωνίας (μ^{0}) Σελ 196

$$E = \pi\rho^2 \cdot \frac{\mu}{360}$$

57. Να υπολογιστεί το εμβαδόν κυκλικού τομέα επίκεντρης γωνίας (α^{rad}) Σελ 196

$$E = \frac{1}{2}\alpha\rho^2$$

Κεφάλαιο 4ο Γεωμετρικά Στερεά. Μέτρηση Γεωμετρικών Στερεών

58. Ποιες είναι οι δυνατές θέσεις δύο διαφορετικών επιπέδων; Σελ 202

Οι δυνατές θέσεις δύο διαφορετικών επιπέδων είναι:

- Να είναι παράλληλα,
- Να τέμνονται κατά μία ευθεία.

59. Ποιες είναι οι δυνατές θέσεις δύο διαφορετικών ευθειών; Σελ 202

Οι δυνατές θέσεις δύο διαφορετικών ευθειών είναι:

- Να είναι παράλληλες, δηλαδή να ανήκουν στο ίδιο επίπεδο και να μην έχουν κανένα κοινό σημείο.

- Να τέμνονται, δηλαδή να έχουν ένα μόνο κοινό σημείο.
- Να είναι ασύμβατες, δηλαδή να ανήκουν σε διαφορετικά επίπεδα και να μην έχουν κανένα κοινό σημείο.

60. Ποιες είναι οι δυνατές θέσεις μιας ευθείας και ενός επιπέδου; Σελ 203

Οι δυνατές θέσεις μιας ευθείας και ενός επιπέδου είναι:

- *Η ευθεία να περιέχεται στο επίπεδο.*
- *Η ευθεία να είναι παράλληλη στο επίπεδο.*
- *Η ευθεία να τέμνει το επίπεδο σε ένα σημείο.*

61. Πότε μια ευθεία είναι κάθετη σε επίπεδο; Σελ 203

Μια ευθεία είναι κάθετη σε ένα επίπεδο, όταν είναι κάθετη σε δύο ευθείες του που διέρχονται από το ίχνος της.

62. Τιονομάζεται απόσταση σημείου από επίπεδο; Σελ 203

Ονομάζεται απόσταση σημείου από επίπεδο το μήκος του κάθετου ευθύγραμμου τμήματος που φέρνουμε από το σημείο προς το επίπεδο.

63. Τιονομάζετα ιαπόσταση δύο παραλλήλων επιπέδων; Σελ 203

Ονομάζεται απόσταση δύο παραλλήλων επιπέδων το μήκος του κάθετου ευθύγραμμου τμήματος που φέρνουμε από ένα σημείο του ενός επιπέδου προς το άλλο επίπεδο.

64. Ποιο είναι το εμβαδόν της παράπλευρης επιφάνειας Επ και το ολικό εμβαδόν Εολ ενός πρίσματος ; Σελ 207

- Το εμβαδόν Επ της παράπλευρης επιφάνειας ενός πρίσματος ισούται με το γινόμενο της περιμέτρου της βάσης του επί το ύφος του πρίσματος.

  Δηλαδή: ***Επ = (περίμετρος βάσης) · (ύψος)***

- Το ολικό εμβαδόν ενός πρίσματος **Εολ** είναι το άθροισμα του εμβαδού της παράπλευρης επιφάνειας και των εμβαδών **Εβ** των δύο βάσεων. Δηλαδή:

  Εολ = Επ + 2Εβ

65. Ποιο είναι το εμβαδόν της παράπλευρης επιφάνειας Επ και το ολικό εμβαδόν Εολ ενός κυλίνδρου; Σελ 208

Το εμβαδόν ***Επ*** της παράπλευρης επιφάνειας ενός κυλίνδρου ισούται με την περίμετρο της βάσης (που είναι ίση με 2πρ) επί το ύψος τουκυλίνδρου. Δηλαδή:

Επ = (περίμετρος βάσης) · (ύψος) ή Επ =2πρ · υ

Το ολικό εμβαδόν ***Εολ*** ενός κυλίνδρου ισούται με το εμβαδόν της παράπλευρης επιφάνειας ***Επ*** και τα εμβαδά ***Εβ*** των δύο βάσεων. Δηλαδή:

Εολ = Επ + 2Εβ

66. Τι ονομάζεται όγκος ενός στερεού σώματος; Σελ 212

Ονομάζεται όγκος ενός στερεού σώματος ο θετικός αριθμός που δηλώνει με πόσες επαναλήψεις ενός κύβου ή μέρους του κύβου με ακμή μήκους μία μονάδα σχηματίζεται το στερεό σώμα.

67. Ποιες είναι οι μονάδες όγκου και πως συνδέονται μεταξύ τους; Σελ 212

Μονάδες όγκου είναι το κυβικό μέτρο, το κυβικό δεκατόμετρο, το κυβικό εκατοστόμετρο, το κυβικό χιλιοστόμετρο.

- Ονομάζεται κυβικό μέτρο, ($1m^3$) ο όγκος ενός κύβου με ακμή 1m.
- Ονομάζεται κυβικό δεκατόμετρο, ($1dm^3$) ο όγκος ενός κύβου με ακμή 1dm.
- Ονομάζεται κυβικό εκατοστόμετρο, ($1cm^3$) ο όγκος ο όγκος ενός κύβου με ακμή 1cm.
- Ονομάζεται κυβικό χιλιοστόμετρο, ($1mm^3$) ο όγκος ενός κύβου με ακμή 1mm.

$$1m^3 = 1000dm^3 = 1000000cm^3 = 1000000000mm^3$$

68. Ποιες μονάδες χρησιμοποιούμε για τη μέτρηση του όγκου των υγρών; Σελ 212

Στη μέτρηση όγκου των υγρών συνηθίζουμε να ονομάζουμε το dm^3 ως λίτρο (l). Τότε, το $\mathbf{cm^3}$ λέγεται χιλιοστόλιτρο (ml).

69. Με τι ισούται ο όγκος ενός πρίσματος; Σελ 213

Ο όγκος ***Vπ*** ενός πρίσματος ισούται με το γινόμενο του εμβαδού της βάσης του επί το ύψος, δηλαδή:

$$V_\pi = (\text{Εμβαδόν βάσης}) \cdot (\text{ύψος})$$

70. Με τι ισούται ο όγκος ενός κυλίνδρου; Σελ 213

Ο όγκος ***Vκ*** ενός κυλίνδρου ισούται με το γινόμενο του εμβαδού της βάσης του επί το ύψος, δηλαδή:

$$V_\kappa = (\text{Εμβαδόν βάσης}) \cdot (\text{ύψος})$$

71. Τι ονομάζεται πυραμίδα και ποια είναι τα στοιχεία της; Σελ 216

- Ονομάζεται ***πυραμίδα*** ένα στερεό, που μία έδρα του είναι ένα πολύγωνο και όλες οι άλλες έδρες του είναι τρίγωνα με κοινή κορυφή.

Τα στοιχεία της πυραμίδας είναι:

- *Η έδρα που είναι πολύγωνο και λέγεται **βάση** της πυραμίδας.*
- *Τα τρίγωνα με κοινή κορυφή που λέγονται **παράπλευρες έδρες** της πυραμίδας.*
- *Το κοινό σημείο των παράπλευρων εδρών που λέγεται **κορυφή** της πυραμίδας.*
- *Το κάθετο ευθύγραμμο τμήμα από την κορυφή προς τη βάση, που λέγεται **ύψος** της πυραμίδας.*

72. Πως ονομάζεται μια πυραμίδα; Σελ 216, 217

- *Μια πυραμίδα που έχει ως βάση ένα τρίγωνο, λέγεται **τριγωνική**.*
- *Την τριγωνική πυραμίδα που έχει τέσσερις **τριγωνικές έδρες** και οποιαδήποτε έδρα της μπορεί να θεωρηθεί ως βάση, τη λέμε και **τετράεδρο**.*
- *Μια πυραμίδα που έχει βάση τετράπλευρο λέγεται **τετραπλευρική**.*
- *Μια πυραμίδα που έχει βάση πεντάγωνο λέγεται **πενταγωνική** κ.ο.κ.*

73. ποια πυραμίδα ονομάζεται κανονική και ποιες είναι οι ιδιότητες της; Σελ 217

*Μια πυραμίδα ονομάζεται **κανονική,** αν η βάση της είναι κανονικό πολύγωνο και η προβολή της κορυφής της στη βάση είναι το κέντρο του κανονικού πολυγώνου.*

- *Σε οποιαδήποτε κανονική πυραμίδα οι παράπλευρες έδρες είναι ισοσκελή τρίγωνα ίσα μεταξύ τους.*
- *Αντίστροφα, αν οι παράπλευρες έδρες μίας πυραμίδας με βάση κανονικό πολύγωνο είναι ίσα μεταξύ τους ισοσκελή τρίγωνα, τότε η πυραμίδα είναι κανονική.*

74. **πως βρίσκουμε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας μιας πυραμίδας;** **Σελ 218**

Η ολική επιφάνεια της πυραμίδας αποτελείται από δύο μέρη την επιφάνεια των παράπλευρων εδρών της, που ονομάζεται παράπλευρη επιφάνεια και την επιφάνεια της βάσης της.

- *Για να υπολογίσουμε το εμβαδόν της παράπλευρης επιφάνειας* $E_П$ *μιας πυραμίδας, υπολογίζουμε το εμβαδόν κάθε παράπλευρης έδρας (που είναι τρίγωνο) και προσθέτουμε τα εμβαδά αυτά.*
- *Για να υπολογίσουμε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας* $E_{ολ}$ *της πυραμίδας, προσθέτουμε στο εμβαδόν της παράπλευρης επιφάνειας το εμβαδόν της βάσης* $E_β$.

Δηλαδή: $E_{ολ} = E_П + E_β$

75. **ποιο είναι το εμβαδόν της παράπλευρης και ποιο το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας μιας κανονικής πυραμίδας;** **Σελ 219**

Όταν η πυραμίδα είναι κανονική, τότε η παράπλευρη επιφάνεια της αποτελείται από ίσα μεταξύ τους ισοσκελή τρίγωνα, τα οποία έχουν όλα ίσες βάσεις και ίσα ύψη. Καθένα από αυτά τα ύψη λέγεται ***απόστημα*** *της κανονικής πυραμίδας.*

Έτσι:

Το ΕΜΒΑΔΟΝ $E_П$ *ΤΗΣ ΠΑΡΑΠΛΕΥΡΗΣ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΣ ΜΙΑΣ ΚΑΝΟΝΙΚΗΣ ΠΥΡΑΜΙΔΑΣ ΕΙΝΑΙ:*

$$E_П = \frac{1}{2}(\text{περίμετρος βάσης}) \cdot \text{απόστημα}$$

Το εμβαδόν $E_{ολ}$ *της ολικής επιφάνειας της κανονικής πυραμίδας είναι, το εμβαδόν της παράπλευρης επιφάνειας* $E_П$ *και το εμβαδόν* $E_β$ *του κανονικού πολυγώνου, που αποτελεί τη βάση της κανονικής πυραμίδας. Δηλαδή:*

$$E_{ολ} = E_П + E_β$$

76. **Με τι ισούται ο όγκος μιας πυραμίδας;** **Σελ 219**

$$V = \frac{1}{3}\,(\text{Εμβαδόν βάσης}) \cdot (\text{ύψος})$$

77. **Τι λέγεται κώνος;** **Σελ 223**

Κώνος λέγεται το στερεό σχήμα που παράγεται από την περιστροφή ενός ορθογωνίου τριγώνου ΚΟΑ γύρω από μία κάθετη πλευρά του ΚΟ.

78. **ποια είναι τα στοιχεία του;** **Σελ 223**

Στοιχεία του κώνου είναι:

Η ***βάση*** του που είναι ένας κυκλικός δίσκος με κέντρο Ο και ακτίνα ΟΑ, την άλλη κάθετη πλευρά του ορθογωνίου ΚΟΑ. Η ακτίνα ΟΑ = ρ λέγεται ακτίνα του κώνου.

Η κάθετη πλευρά ΚΟ γύρω από την οποία περιστρέψαμε το ορθογώνιο τρίγωνο, που λέγεται ***ύψος*** του κώνου.

Η υποτείνουσα ΚΑ του ορθογωνίου τριγώνου που λέγεται ***γενέτειρα*** του κώνου και το μήκος της συμβολίζεται με *λ*.

Η επιφάνεια που παράγεται από την περιστροφή της γενέτειρας ΚΑ και είναι η ***παράπλευρη επιφάνεια*** του κώνου.

79. **Με τι ισούται το εμβαδόν Επ της παράπλευρης επιφάνειας ενός κώνου και το ολικό εμβαδόν;** **Σελ 224**

$$E_{\Pi} = \pi \cdot \rho \cdot \lambda$$

$$E_{ολ} = E_{\Pi} + E_{\beta} = \pi\rho\lambda + \pi\rho^2$$

80. Με τι ισούται το ο όγκος ενός κώνου; Σελ 224

$$V = \frac{1}{3}\pi\rho^2 υ$$

81. Τι λέγεται σφαίρα και τη διακρίνουμε σ' αυτή; Σελ 228

Σφαίρα λέγεται το στερεό σώμα το οποίο παράγεται, αν περιστρέψουμε ένα κυκλικό δίσκο ***(Ο, ρ)*** γύρω από μία διάμετρο του.

Η απόσταση ενός οποιουδήποτε σημείου της επιφάνειας μιας σφαίρας από το κέντρο Ο είναι ίση με την ακτίνα ρ. Το σημείο Ο λέγεται ***κέντρο*** της σφαίρας και η ακτίνα ρ του κύκλου λέγεται ***ακτίνα*** της σφαίρας.

82. Ποιες είναι οι σχετικές θέσεις ενός επιπέδου και μιας σφαίρας; Σελ 228

Οι σχετικές θέσεις ενός επιπέδου και μιας σφαίρας στο χώρο **είναι**

α. Να μην τέμνονται μεταξύ τους.

β. Να εφάπτονται σε ένα σημείο,

γ. Να τέμνονται σε κυκλικό δίσκο. Ο κύκλος που αποτελεί την τομή του επιπέδου με τη σφαίρα, ***«μεγαλώνει»*** όσο το επίπεδο ***«πλησιάζει»*** στο κέντρο της σφαίρας. Όταν το κέντρο της σφαίρας ανήκει στο επίπεδο, τότε ο κύκλος στον οποίο τέμνονται ονομάζεται ***μέγιστος κύκλος*** της σφαίρας.

83. Τι είναι η επιφάνεια μιας σφαίρας και με τι ισούται το εμβαδόν της Εσφ; Σελ 229

- Η επιφάνεια που δημιουργείται από την περιστροφή ενός κύκλου (Ο, ρ) γύρω από μια διάμετρο του, αποτελεί την ***επιφάνεια της σφαίρας***.
- Το ***εμβαδόν της επιφάνειας μιας σφαίρας*** $E_{σφ}$ ισούται με το εμβαδόν τεσσάρων μεγίστων κύκλων της. Δηλαδή $E_{σφ}=4\pi\rho^2$

84. ΜΕ τι ισούται το ο όγκος Vσφ μιας σφαίρας;

$$V_{σφ} = \frac{4}{3}\pi\rho^3$$